Diskrétní matematika

8. cvičení 2.12.2019

Úloha 1. Buď G graf s 9 vrcholy, každý stupně 5 nebo 6. Ukažte, že má alespoň 5 vrcholů stupně 6 nebo alespoň 6 vrcholů stupně 5.

Úloha 2. Mějme $2k$-regulární graf $G = (V,E)$ se sudým počtem hran. Ukažte, že buď k nebo $|V|$ je sudé.

Úloha 3. Charakterizujte grafy, které mají (ne nutně uzavřený) eulerovský tah.

Úloha 4. Ukažte, že graf, jehož všechny stupně jsou sudé, neobsahuje most. Most je taková hrana grafu, po jejímž odebrání vzroste počet komponent souvislosti.

Úloha 5. Ukažte, že graf G je souvislý právě tehdy, když matice $(A_G + I)^{n-1}$ nemá žádné nulové prvky, kde A_G značí matici sousednosti grafu G.

Úlohy, které jsme nestihli minule:

Úloha 6. Dokažte, že doplněk nesouvislého grafu je souvislý (ale opačně to obecně neplatí).

Úloha 7. Dokažte, že obsahuje-li nějaký graf jako podgraf lichou kružnici, obsahuje nějakou lichou kružnici i jako indukovaný podgraf.

7. série domácích úkolů

Termín odevzdání: 16.12.2019 17:20
Úkoly odevzdávejte buď na cvičení nebo elektronicky mailem na adresu `mberg@kam.mff.cuni.cz`.

Úloha 1 (3 body)**.** Ukažte, že doplněk grafu G je nesouvislý právě tehdy, když G obsahuje jako podgraf úplný bipartitiní graf na všech vrcholech.

Úloha 2 (4 body)**.** Graf G je k-regulární, pokud všechny jeho vrcholy mají stupeň k. Určete, pro které dvojice (k,n) existuje k-regulární graf na n vrcholech a zdůvodněte, proč pro žádné jiné existovat nemůže.

Úloha 3 (4 body)**.** Dokažte, že libovolný graf s m hranami obsahuje bipartitní podgraf s alespoň $m/2$ hranami.