

# Diskrétní matematika

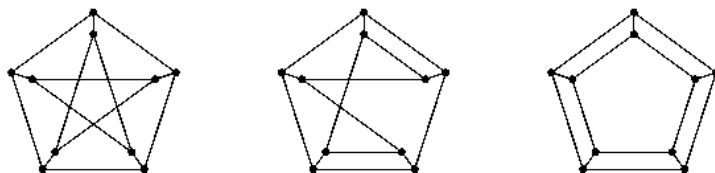
7. cvičení

25.11.2019

**Úloha 1.** Najděte všechny neizomorfní grafy na čtyřech vrcholech. Je jich 11.

**Úloha 2.** Najděte mezi grafy  $P_n$ ,  $C_n$ ,  $K_n$ ,  $K_{n,m}$  takové, které jsou navzájem izomorfní.

**Úloha 3.** Ukažte, že žádná dvojice z těchto grafů není izomorfní.



**Úloha 4.** Nechtě  $\mathcal{G}$  je nějaká množina grafů. Ukažte, že izomorfismus tvoří ekvivalenci na množině  $\mathcal{G}$ .

**Úloha 5.** Jak vypadají grafy:

- obsahující jen vrcholy stupně 1,
- obsahující jen vrcholy stupně 2,
- obsahující jen vrcholy stupňů 1 a 2?

**Úloha 6.** Najděte dva grafy se stejným skóre tak, aby:

- jeden byl souvislý a druhý nikoliv,
- oba byly souvislé, ale nebyly izomorfní.

**Úloha 7.** Existuje bipartitní graf s alespoň pěti vrcholy, jehož doplněk je také bipartitní?

**Úloha 8.** Dokažte, že doplněk nesouvislého grafu je souvislý (ale opačně to obecně neplatí).

**Úloha 9.** Dokažte, že obsahuje-li nějaký graf jako podgraf lichou kružnici, obsahuje nějakou lichou kružnici i jako indukovaný podgraf.

## 6. série domácích úkolů

Termín odevzdání: 9.12.2019 17:20

Úkoly odevzdávejte buď na cvičení nebo elektronicky mailem na adresu `mberg@kam.mff.cuni.cz`.

**Úloha 1** (2 body). Ukažte, že v grafu, jehož všechny vrcholy mají stupeň alespoň  $k$ , existuje cesta délky  $k$  (jako podgraf).

**Úloha 2** (2 body). Pro která  $n$  platí  $C_n \simeq \overline{C_n}$ , tedy že kružnice na  $n$  vrcholech je izomorfní se svým doplňkem? Také zdůvodněte, proč pro jiná  $n$  to platit nemůže.

**Úloha 3** (4 body). Pro která  $n$  existuje graf na  $n$  vrcholech, jehož vrcholy mají navzájem různé stupně?

**Úloha 4** (4 body). Jaký je největší a nejmenší počet hran, které může obsahovat graf s  $n$  vrcholy a  $c$  komponentami souvislosti? Nezapomeňte zdůvodnit, proč jsou to zrovna tyto hodnoty.