

Diskrétní matematika

4. cvičení

4.11.2019

Úloha 1. Kolika způsoby je možné na šachovnici velikosti $n \times n$ rozmístit n věží tak, aby se neohrožovaly? Jak to dopadne, pokud bychom rozmísťovali jen $k < n$ věží?

Úloha 2. Určete počet uspořádaných dvojic (A, B) , kde $A \subseteq B \subseteq \{1, \dots, n\}$.

Úloha 3. Kolik existuje permutací na n prvcích právě s jedním cyklem?

Úloha 4. Kolik řešení má v přirozených číslech rovnice $x_1 + x_2 + \dots + x_n = c$ pro $c \in \mathbb{N}$?

Úloha 5. Kombinatorickou úvahou ukažte, že

$$\binom{2n}{2} = 2\binom{n}{2} + n^2.$$

Úloha 6. Dokažte, že platí

$$\sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{n+m}{r}.$$

Úloha 7. Zjistěte, čemu se rovná

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^{n-k}.$$

Úloha 8. Ukažte, že platí

$$\binom{n}{k} k = n \binom{n-1}{k-1}.$$

Úloha 9. Sečtěte

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k}.$$

Úloha 10. Ukažte, že platí

$$\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}.$$

4. série domácích úkolů

Termín odevzdání: 18.11.2019 17:20

Úkoly odevzdávejte buď na cvičení nebo elektronicky mailem na adresu `mberg@kam.mff.cuni.cz`.

Úloha 1 (2 body). Určete počet uspořádaných dvojic (A, B) , kde $A, B \subseteq \{1, \dots, n\}$ a $|A \cap B| = 1$.

Úloha 2 (3 body). Sečtěte

$$\sum_{k=0}^n k^2 \binom{n}{k}.$$

Úloha 3 (4 body). Určete počet neklesajících funkcí $f : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$. Funkce je neklesající, pokud pro každé $x \leq y$ platí $f(x) \leq f(y)$.