Kombinatorika a grafy 1

Cvičení #10 – Ramseyovky podruhé

Příklady

1. *Bez konzultace poznámek z přednášky (vím, že to tam je)* dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ existuje $N \in \mathbb{N}$ takové, že každá množina N bodů v obecné poloze v $\mathbb{R}^2$ obsahuje n bodů v konvexní poloze (tj. vrcholy konvexního n-úhelníka). Hint: Nejdřív si ručně rozmyslete, že pro $n = 4$ stačí zvolit $N = 5$.
2. Dokažte, že pro každé $n \in \mathbb{N}$ existuje $N \in \mathbb{N}$ takové, že každá množina N bodů v rovině obsahuje buď n bodů na přímce, anebo n bodů v obecné poloze (tj. žádné tři z nich neleží na přímce). **Tuto úlohu zadám příští týden jako domácí úkol. Pokud vám chybí jeden bod na zápočet, klidně ji pošlete už tento týden, ať jej získáte co nejdříve :).**
3. Dokažte, že v každém obarvení všech bodů roviny $\mathbb{R}^2$ třemi barvami najdeme dva body stejné barvy, které jsou od sebe vzdálené 1.
4. Najděte 2-obarvení bodů roviny $\mathbb{R}^2$, v němž neexistuje jednobarevný rovnostranný trojúhelník o straně délky 1.
5. *(Těžké, hodí se nějaká zkušenost s teorií množin.)* Najděte 2-obarvení nekonečných podmnožin $\mathbb{N}$ takové, že žádná nekonečná podmnožina $\mathbb{N}$ není jednobarevná.