

# Matematická analýza I

## Zápočtová písemka

**Prosím, přečtete si pokyny, jinak můžete čekat hodně dlouho na zápočet!**

Písemka začíná 20. 5. v 9:00 a končí 20. 5. v 10:30. Můžete používat vaše poznámky, skripta atp. Je zakázáno spolupracovat, googlit přímo zadané úlohy a používat pomůcky, které vám prozradí **postup** (pokud si potřebujete ověřit výsledek, můžete). **Nezapomeňte všechny své papíry podepsat a očíslovat.**

- **Pokud píšete písemku ve škole**, odevzdejte potom řešení určenému člověku. **Prosím**, než písemku odevzdáte, vyfoťte všechna svá řešení a pošlete mi je na e-mail, abych je mohl co nejrychleji opravit. Řešení na e-mailu přijímám do 20. 5. ve 12:00, pokud mi je pošlete později, tak připojte dobré vysvětlení, proč se to zpozdilo.
- **Pokud píšete písemku mimo školu nebo na počítači ve škole**, tak jsme se na tom společně předem domluvili. V takovém případě přijímám na mailu řešení do 20. 5. v 10:45.

Kdykoliv využíváte nějaké tvrzení, nezapomeňte to explicitně zmínit a ověřit všechny předpoklady. Za příliš stručná řešení vám budu muset strhnout část bodů a budu z toho moc smutný :(.

Abych urychlil opravení písemky a rozdání zápočtů, nebudu vám příliš vysvětlovat, kde jste udělali chybu. Pokud by se vám něco nezdálo, nebojte se zeptat.

Jestliže ani po písemce nebudete mít dostatek bodů na zápočet, ozvěte se **obratem** a něco spolu vymyslíme. Předem upozorňuju, že budu celý červen pryč a budu odpovídat výrazně pomaleji.

## Příklady

1. Spočítejte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2n - \sin(n)}{1 - 2n^2}$ . [2 body]
2. Spočítejte  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x) \cos(x)}{x - \pi}$ . [2 body]
3. Spočítejte derivace následujících funkcí a určete, na kterých intervalech výsledek platí:
  - (a)  $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$  [2 body]
  - (b)  $\cos(x)^{\sin(x)}$  pro  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  [2 body]
4. Spočítejte následující Newtonův integrál:  $\int_0^1 (x^5 + x^2) \ln(x^3 + 1) dx$ . [3 body]
5. Představte si, že jste na kajaku na moři, 12 km od pobřeží<sup>1</sup> (pro účely úlohy je pobřeží přímka a moře polorovina touto přímkou určená) a že se potřebujete co nejrychleji dostat do restaurace, která leží na pobřeží 20 km daleko od vás<sup>2</sup>. Kde se vylodit, pokud pádlovat umíte rychlostí 6 km/h a po pobřeží můžete běžet rychlostí 10 km/h?<sup>3</sup> [6 bodů]
6. Určete objem rotačního tělesa vzniklého rotací grafu funkce  $f(x) = x^3$  pro  $x \in [1, 8]$  kolem osy  $x$ . [3 body]

<https://kam.mff.cuni.cz/~matej/teaching/2122/ma1>

<sup>1</sup>To znamená, že nejkratší úsečka, která vás s pobřežím spojuje, má délku 12 km.

<sup>2</sup>Tedy úsečka spojující vás s restaurací má délku 20 km.

<sup>3</sup>To znamená, že pravděpodobně zamíříte k nějakému bodu na pobřeží, který je mezi restaurací a tím vám nejbližším, tam se vylodíte a zbytek cesty půjdete po pobřeží. Například se můžete rozhodnout, že budete pádlovat 12 km kolmo k pobřeží a pak po pobřeží poběžíte do restaurace, anebo že budete pádlovat 20 km rovnou k restauraci, ale také něco mezi tím.