

# Matematická analýza I

## Třetí série domácích úkolů

**Deadline** 29. 4. v 9:00. Řešení ve formátu PDF pošlete mailem na [matej@kam.mff.cuni.cz](mailto:matej@kam.mff.cuni.cz). Ideálně  $\text{\LaTeX}$ , můžete ale použít cokoli jiného (exportovaného do PDF) včetně scanu ručního řešení. Moc vás ale prosím o dobře čitelná řešení. Pokud není řečeno jinak, můžete bez důkazu používat všechno, co se říkalo na prvních šesti přednáškách a cvičeníh, ale nezapomeňte zmínit, co používáte, a pečlivě ověřit předpoklady! Bez důkazu můžete využívat základní limity a derivace.

1. Z definice spočítejte derivaci  $\frac{1}{x-1} + 7$  v bodě 0 (chci, abyste rozepsali definici derivace pomocí limity a tu potom spočítali – na to už můžete použít větu o aritmetice limit a cokoli dalšího o limitách): [**1 bod**]
2. Spočítejte derivace následujících funkcí ve všech bodech, kde existují (nemusíte počítat jednostranné derivace v krajních bodech). Součástí toho je samozřejmě určení toho, kde ty derivace existují: [**3 body**]
  - (a)  $\cos(\sqrt{x-1})$ ,
  - (b)  $\ln|x|$ ,
  - (c)  $\frac{2^x x^2}{\sqrt{x^2+1}}$ .
3. Vyšetřete průběh následujících funkcí. To jest, spočítejte definiční obor a obor hodnot, průsečíky s osami, všechny relevantní limity, lokální i globální extrémy a vyšetřete konvexitu. **Také načrtněte graf, jak nejlépe umíte** [**2 body**]
  - (a)  $f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$ ,
  - (b)  $(x^2 - 1)e^{-x}$ .

Když hledáte nulové body polynomu moc velkého stupně, zkuste WolframAlpha, třeba má nějaké pěkné ;).

4. Vypočtete Taylorův polynom řádu  $n$  pro funkci  $\frac{2}{1-2x}$  v nule. [**2 body**]