

# Matematická analýza I

## Cvičení #4 – Posloupnosti & řady

### Příklady

- Seřadte následující funkce podle toho, jak rychle rostou (kde  $k > 1$  je konstanta):  $n, k^n, \sqrt{n}, n^n, n^k, n!$
- Spočítejte  $\limsup$  a  $\liminf$  následujících posloupností:  
(a)  $\sin\left(\frac{\pi n}{3}\right)$ , (b)  $n^{\sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)}$ , (c)  $(-1)^n \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$
- Rozhodněte, zda (příp. k čemu) konvergují následující řady:  
(a)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$ , (b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - 2^{n+1}}{6^n}$ , (c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)}$ .
- Dokažte, že posloupnost  $(1 + \frac{1}{n})^n$  je rostoucí a posloupnost  $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$  klesající. Odtud odvoďte, že tyto posloupnosti mají stejnou limitu.
- Dokažte, že  $\lim \sqrt[n]{n^2} = 1$ ,  $\lim \sqrt[n]{n} = 1$  a že  $\lim \sqrt[n]{3} = 1$ .