

# Matematická analýza I

## Cvičení #3 – Posloupnosti II

Nezapomeňte na první domácí úkol ;)

### Příklady

1. Spočítejte následující limity, nebo dokažte, že neexistují:

(a)  $n^3 - 12n^2 + 6$ , (b)  $\frac{n^3+3n^2-n+2}{n^4+1}$ , (c)  $\frac{n^2-n+1}{1-3n^2}$ .

2. Spočítejte následující limity, nebo dokažte, že neexistují:

(a)  $\frac{\sin(n)}{n}$ , (b)  $\frac{n}{2^n}$ , (c)  $\frac{2^n}{n!}$ .

3. Rozmyslete si, jaké implikace platí mezi “posloupnost je shora neomezená” a “posloupnost má limitu nekonečno”.

4. Seřadte následující funkce podle toho, jak rychle rostou (kde  $k > 1$  je konstanta):  $n, k^n, \sqrt{n}, n^n, n^k, n!$

5. Spočítejte následující limity, nebo dokažte, že neexistují (pro různé hodnoty parametrů to může vycházet různě):

(a)  $a_0 = 0, a_{n+1} = \frac{a_n^2}{4} + 1$ ,

(b)  $a_0 = \sqrt{2}, a_{n+1} = \sqrt{2 - a_n}$ . Tady můžete bez důkazu využít, že pokud posloupnost  $(a_n)$  má vlastní limitu, pak  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}$  (dokážete si to na přednášce později v semestru).

6. Spočítejte  $\limsup$  a  $\liminf$  následujících posloupností:

(a)  $n^{\sin(\frac{\pi n}{2})}$ , (b)  $\sin(\frac{\pi n}{3})$ , (c)  $a_0 = 1000, a_{n+1} = \frac{3}{a_n}$ , (d)  $a_0 = 1000, a_{n+1} = \frac{3}{a_n - 3}$ .