

# Matematická analýza I

## Cvičení #11 – Newtonův integrál

### Příklady

- Spočítejte následující integrály a určete, na kterých intervalech výsledek platí:  
(a)  $\int \sqrt[3]{1-3x} dx$ , (b)  $\int \sin^7(x) \cos(x) dx$ , (c)  $\int x e^{-x^2} dx$ , (d)  $\int \tan(x) dx$ , (e)  $\int \cot(x) dx$ ,  
(f)  $\int \frac{x}{1+x^4} dx$ , (g)  $\int \frac{x^2}{\cos(x^3)} dx$ , (h)  $\int \frac{1}{x \ln(x)} dx$ , (i)  $\int \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$ .
- Najděte rekurentní formuli pro  $\int \sin^n(x) dx$ ,  $n \geq 1$ . Určete interval, kde tvrzení platí.
- Spočítejte následující integrály a určete, na kterých intervalech výsledek platí:  
(a)  $\int \frac{4x-7}{2x^2-x-3} dx$ , (b)  $\int \frac{x^7-5}{x^2-1} dx$ , (c)  $\int \frac{2x}{(x^2+1)(x-1)^2} dx$ .
- Spočítejte následující (Newtonovy) integrály:  
(a)  $\int_0^2 3x^2+4x-10 dx$ , (b)  $\int_{-1}^1 \sqrt{x^6} dx$ , (c)  $\int_0^{2\pi} \sin(x) dx$ , (d)  $\int_0^{2\pi} |\sin(x)| dx$ , (e)  $\int_0^1 \frac{x^2}{e^x} dx$ ,  
(f)  $\int_{-2}^2 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx$ .
- Spočítejte následující (Newtonovy) integrály:  
(a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3(x) \sin(x) dx$ , (b)  $\int_0^2 \frac{x}{(1+2x^2)^2} dx$ , (c)  $\int_4^1 \sqrt{x} e^{1-\sqrt{x^3}} dx$ .
- Spočítejte následující (Newtonovy) integrály:  
(a)  $\int_1^\infty \frac{1}{x^2} dx$ , (b)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ , (c)  $\int_0^\infty \frac{3}{5+2x} dx$ , (d)  $\int_{-1}^1 |\arcsin(x)| dx$ .
- Spočítejte obsah  
(a) plochy pod grafem funkce  $y = |\ln(x)|$  na intervalu  $[\frac{1}{e}, e]$ .  
(b) plochy pod parabolou  $y = x^2$  na intervalu  $[0, t]$ , kde  $t \in \mathbb{R}$ .  
(c) plochy pod sinusovkou na  $[0, \pi]$ .  
(d) plochy mezi křivkami  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{1}{x^2}$  a  $x = 2$ .  
(e) plochy mezi funkcemi  $\sin(x)$  a  $\cos(x)$  na  $[0, 2\pi]$ .  
(f) plochy pod grafem funkce  $y = e^{-|x|}$  na intervalu  $(-\infty, \infty)$ .