

Základy kombinatoriky a teorie grafů

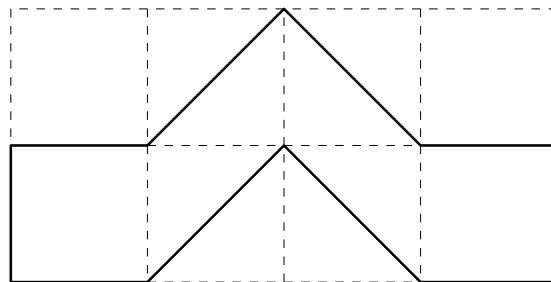
Cvičení #0 – Ještě nebyla žádná přednáška

Nultý domácí úkol

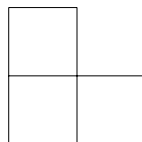
Napište mi, jestli chcete mít své výsledky zveřejněné na webu. Pokud ano, pošlete mi nějakou přezdívku, jíž mám pro zveřejnění použít. (Nepovinně) mi napište pár vět o tom, co vás v matematice zajímá a baví a proč jste si zapsali tenhle předmět. [5 bodů]

Příklady

1. Dokážete následující obrazec rozdělit na pět shodných částí? Vrcholy jsou umístěny v bodech celočíselné mřížky, jak je znázorněno na obrázku.



2. Kolik nejvýše střelců dokážete rozmístit na čtvercovou šachovnici $n \times n$ tak, aby se žádní dva neohrožovali? Umíte o svém řešení dokázat, že lépe to už nejde?
3. Mějme šachovnici o rozměrech $2^n \times 2^n$ pro $n \in \mathbb{N}$, na níž chybí jedno rohové políčko. Dokažte, že ji jde celou vydláždít dlaždicemi následujícího tvaru:



4. Na opuštěném ostrově žije 1000 Matfyzáků, z nichž 900 má hnědé a 100 modré oči, a jeden ČVUŤák. Každý člověk vidí barvu očí všech ostatních, ale nezná barvu svých očí. Aby se nenudili, hrají takovou hru, že kdykoli někdo zjistí, jakou má barvu očí, musí se ještě ten den zabít. Jednoho dne přijela návštěva a, nevědouc o té hře, při odjezdu prohlásila: „*To jsem ráda, že vidím osobu s modrýma očima.*“ Jaký dopad to bude mít, pokud má ČVUŤák hnědé oči? A co když má oči modré?
5. Máme osm kuliček, které vypadají úplně stejně, jen jedna je o trochu těžší než ostatní, které potom stejně i váží. Dokážete s pomocí pouhých dvou vážení na rovnoramenných vahách najít tu těžší?
6. Křemílek si do sešitu napsal čísla $1, \dots, 500$ v nějakém pořadí. Vochomůrka se může Křemílek zeptat na libovolných 250 z nich a Křemílek mu řekne, v jakém pořadí se v sešitě nacházejí. Na kolik nejméně otázek dokáže Vochomůrka vždy určit, co přesně si Křemílek napsal do sešitu?
7. Pozdě večer, během cesty z přednášky domů, před vámi zastavila vesmírná loď, vyložila před vás dvě bedny označené A a B , jeden lístek papíru a odletěla. Na lístku je napsáno: *Můžeš otevřít buď obě bedny, anebo jen bednu B . V bedně A je 1000 Kč. Předpověděli jsme, kterou z těchto dvou možností zvolíš, a v bedně B je 1 000 000 Kč právě tehdy, pokud jsme předpověděli, že si vybereš jen bednu B . Tuhle hru jsme již hráli mnohokrát a vždy nám předpověď vyšla. Co uděláte?*