

Matematická analýza I

Čtvrtá série domácích úkolů

Deadline 4. 6. v 9:00. Řešení ve formátu PDF pošlete mailem na matej@kam.mff.cuni.cz. Ideálně L^AT_EX, můžete ale použít cokoli jiného (exportovaného do PDF) včetně scanu ručního řešení. Moc vás ale prosím o dobře čitelná řešení.

Pokud není řečeno jinak, můžete bez důkazu používat všechno, co se říkalo na prvních devíti přednáškách a cvičeních, ale nezapomeňte na pečlivé ověření předpokladů! Můžete spolupracovat a používat všechny dostupné materiály pod podmínkou, že řešení sepíšete úplně sami a všem odevzdaným řešením budete dobře rozumět. Bez důkazu můžete využívat základní limity a derivace.

1. Spočítejte následující (neurčité) integrály a určete, na kterých intervalech výsledek platí:

(a) $\int \frac{2x-x^2}{(x^2+1)(2x+1)} dx$. [1 bod]

(b) $\int x^7 \cos(2x^4) dx$, [1 bod]

(c) $\int 2 \arctan\left(\frac{6}{a}\right) da$. [1 bod]

2. Najděte rekurentní formuli pro $\int \cos^n(x) dx$ ($n \geq 1$) a určete, na kterých intervalech platí. [2 body]

3. Spočítejte následující Newtonův integrál: $\int_{-\pi}^{\pi} |\cos(|x|)| dx$. [1 bod]

4. Spočítejte obsah mezi křivkami $y = \sin(x)e^{\cos(x)}$ a $y = -x$ pro $x \in [0, \pi]$. [1 bod]

5. Spočítejte délku grafu funkce $f(x) = \frac{(x^2+2)^{\frac{3}{2}}}{3}$ na intervalu $[0, a]$ pro $a > 0$. [1 bod]

6. Spočítejte délku křivky zadané parametrizací

$$f(t) = (t \sin(t) + \cos(t), t \cos(t) - \sin(t))$$

pro $t \in [-1, 1]$. (Můžete bez důkazu využít, že f je na $[-1, 1]$ prostá.) [1 bod]

7. Určete objem rotačního tělesa vzniklého rotací grafu funkce $f(x) = x^3$ pro $x \in [1, 8]$ kolem osy x . [1 bod]

8. Určete povrch paraboloidu vzniklého rotací křivky $y = 2\sqrt{x}$ kolem osy x pro $x \in [0, 1]$, [1 bod]