

Matematická analýza I

První série domácích úkolů

Deadline 2. 4. v 9:00. Řešení ve formátu PDF pošlete mailem na matej@kam.mff.cuni.cz. Ideálně \LaTeX , můžete ale použít cokoliv jiného (exportovaného do PDF) včetně scanu ručního řešení. Moc vás ale prosím o dobře čitelná řešení.

Pokud není řečeno jinak, můžete bez důkazu používat všechno, co se říkalo na prvních třech přednáškách a cvičeních, ale nezapomeňte na pečlivé ověření předpokladů! Můžete spolupracovat a používat všechny dostupné materiály pod podmínkou, že všem odevzdaným řešením rozumíte a uměli byste je bez jakýchkoliv pomůcek zopakovat nebo adaptovat na podobný příklad.¹

0. Rozhodněte se, jestli chcete, abych vaše body zveřejňoval na webu pod přezdívkou. Pokud ano, pošlete mi souhlas a nějakou přezdívku. **[0 bodů]**
1. Zapište následující výrok jako formulku matematické logiky a pak jej znegujte: „Pro každé kladné reálné číslo x existují právě dvě různá reálná čísla taková, že x je jejich druhou mocninou.“ **[1 bod]**
2. Rozhodněte (a dokažte), zda následující čísla jsou racionální či iracionální: **[1 bod]**
(a) $\sqrt{7}$, (b) $\sqrt{361}$.
3. Nechť (a_n) a (b_n) jsou posloupnosti takové, že mají **vlastní** limity A resp. B . Dokažte poctivě, že $a_n + b_n$ má limitu $A + B$. **[1 bod]**
4. Z definice (tj. bez vět o aritmetice limit apod.) spočítejte limity následujících posloupností nebo dokažte, že neexistují: **[1 bod]**
(a) $\frac{n+3}{2n+8}$, (b) $n^2 + (-1)^n 2n + 1$.
5. Spočítejte následující limity, nebo dokažte, že neexistují: **[2 body]**
(a) $n^2 - 10n - 100$, (b) $\frac{n^3+3n^2+5n+10}{1-n-n^2}$, (c) $n + \sin(n)$, (d) $\frac{n!}{n^n}$,
6. Spočítejte limitu (nebo dokažte, že neexistuje) posloupnosti splňující $a_0 = 0$, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}(1 - a_n)^2$. **[2 body]**

¹To zní fér, ne?