

# Matematická analýza I

## Cvičení #13 – Aplikace určitého integrálu

Nezapomeňte na čtvrtou sérii domácích úkolů!

### Příklady

1. Spočítejte délky následujících křivek:

- (a) Kružnice s poloměrem  $r$ ,
- (b)  $y = x^{\frac{3}{2}}$  pro  $x \in [0, a]$ ,
- (c)  $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}\ln(x)$  pro  $x \in [1, e]$ .
- (d) křivka daná parametrizací  $f(t) = (\frac{t^3}{3} + 1, \frac{t^2}{2})$  pro  $t \in [0, 10]$ .

2. Určete objem:

- (a) válce s výškou  $h$  a poloměrem podstavy  $r$ ,
- (b) kužele s výškou  $h$  a poloměrem podstavy  $r$ ,
- (c) koule s poloměrem  $r$ ,
- (d) nekonečného „trychtýře“ vzniklého rotací grafu  $f(x) = \frac{1}{x}$  pro  $x \in [1, \infty)$  kolem osy  $x$ .

3. Určete povrch:

- (a) válce s výškou  $h$  a poloměrem podstavy  $r$ ,
- (b) kužele s výškou  $h$  a poloměrem podstavy  $r$ ,
- (c) koule s poloměrem  $r$ ,
- (d) rotačního tělesa vzniklého rotací oblasti mezi křivkami  $f(x) = x$  a  $g(x) = 2x$  kolem osy  $x$  pro  $x \in [0, 1]$ .

4. Bonus. Spočítejte obsah jednotkového kruhu.

5. Bonus. Spočítejte objemy následujících podmnožin  $\mathbb{R}^3$ :

- (a)  $\{(x, y, z) : x \in [0, 1], y \in [0, x], z \in [0, x]\}$ ,
- (b)  $\{(x, y, z) : x, y, z \geq 0, x + y + z \leq 1\}$ ,
- (c)  $\{(x, y, z) : x, y, z \geq 0, x + yz \leq 1\}$ .