

# Matematická analýza I

## Cvičení #12 – Určitý integrál I

### Dvanáctá série domácích úkolů

Deadline 15. 5., 10:40

1. Spočítejte obsah mezi křivkami  $y = \sin^2(x)$ ,  $y = -x$  a  $x = \pi$ . [1 bod]
2. Spočítejte následující (Newtonův) integrál [1 bod]

$$\int_{-2}^1 x \arctan(2x^2 + 1) + \frac{x}{1 + x^4} + \sin(\pi x)(3 + 2 \cos(\pi x))^3 dx.$$

### Příklady

1. Rozhodněte, zda jsou následující funkce na daných intervalech riemannovsky integrovatelné:

(a)  $\operatorname{sgn}(x)$  na  $[-1, 1]$ ,

(b)  $f(x) = \begin{cases} \sin(\frac{1}{x}) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  na  $[0, 1]$ ,

(c)  $\frac{1}{x^2}$  na  $[1, +\infty)$ .

2. Spočítejte následující (Newtonovy) integrály:

(a)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^3(x) \sin(x) dx$ , (b)  $\int_0^2 \frac{x}{(1+2x^2)^2} dx$ , (c)  $\int_4^1 \sqrt{x} e^{1-\sqrt{x^3}} dx$ , (d)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{8 \cos(2u)}{\sqrt{9-5 \sin(2u)}} du$ .

3. Spočítejte následující (Newtonovy) integrály:

(a)  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$ , (b)  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ , (c)  $\int_0^{\infty} \frac{3}{5+2x} dx$ , (d)  $\int_{-1}^1 |\arcsin(x)| dx$ .

4. Spočítejte obsah

(a) plochy pod grafem funkce  $y = |\ln(x)|$  na intervalu  $[\frac{1}{e}, e]$ .

(b) plochy pod parabolou  $y = x^2$  na intervalu  $[0, t]$ , kde  $t \in \mathbb{R}$ .

(c) plochy pod sinusovkou na  $[0, \pi]$ .

(d) plochy mezi křivkami  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = \frac{1}{x^2}$  a  $x = 2$ .

(e) plochy mezi funkcemi  $\sin(x)$  a  $\cos(x)$  na  $[0, 2\pi]$ .

(f) plochy pod grafem funkce  $y = e^{-|x|}$  na intervalu  $(-\infty, \infty)$ .