

# Kombinatorika a grafy 1 (NDMI011)

## Cvičení 9

Irena Penev

- Příklad 1.** Najděte příklad grafu  $G$ , ve kterém lze odebrat vrchol tak, že
- (a) hranová souvislost  $G$  klesne (vzroste) o libovolně velké předem dané číslo;
  - (b) vrcholová souvislost  $G$  vzroste o libovolně velké předem dané číslo. O kolik může vrcholová souvislost klesnout po odebrání vrcholu?

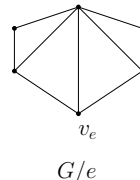
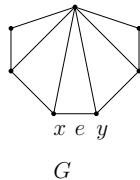
**Příklad 2.** Rozhodněte, zda je každý souvislý graf se sudými stupni a s neprázdnou množinou hran

- (a) vrcholově 2-souvislý;
- (b) hranově 2-souvislý.

**Příklad 3.** Dokažte, že graf je hranově 2-souvislý právě tehdy, když ho lze vytvořit z cyklu přidáváním cest a cyklů.<sup>1</sup>

**Příklad 4.** Ukažte, že pro každé  $k \geq 2$  je každý  $k$ -regulární souvislý bipartitní graf vrcholově 2-souvislý.

**Definice.** Nechť  $e = xy$  je hrana grafu  $G$ .  $G/e$  je graf, který dostáváme zkontrahováním hrany  $e$  v grafu  $G$ . Přesněji, množina vrcholů grafu  $G/e$  je  $(V(G) \setminus \{x, y\}) \cup \{v_e\}$  (kde  $v_e$  je nový vrchol, tj.  $v_e \notin V(G)$ ) a množina hran je  $(E(G) \cap (V(G) \setminus \{x, y\})^2) \cup \{v_e v \mid v \in V(G) \setminus \{x, y\}, xv \in E(G)\} \cup \{v_e v \mid v \in V(G) \setminus \{x, y\}, yv \in E(G)\}$ .



<sup>1</sup>přidávání cesty = napojení konců nové cesty do dvou různých vrcholů původního grafu; přidávání cyklu = napojení jednoho vrcholu nového cyklu do jednoho vrcholu původního grafu

**Příklad 5.** *Nechť  $G$  je vrcholově 2-souvislý graf, který není  $K_3$ , a nechť  $e = xy$  je nějaká hrana grafu  $G$ . Dokažte, že  $G/e$  nebo  $G - e$  je vrcholově 2-souvislý.*

**Příklad 6.** *Nechť  $G$  je vrcholově 3-souvislý graf, a nechť  $xy$  je nějaká hrana grafu  $G$ . Dokažte, že  $G/xy$  je 3-souvislý právě tehdy, když  $G \setminus \{x, y\}$  je vrcholově 2-souvislý.*