Výpočetní model: RAM Word-RAM

↳ w = šířka slova

$w \in \Omega(\log N)$

- operace?
  - C
  - $AC^0$ — konst. hloubka, AND, OR… libovolné vstupový, NOT
  - $C \cap AC^0$

$O(w)$ bitů

$O(1)$

vEB variace … čas $O(\log w) = O(\log\log U)$

prostor $O(n)$

## Vektorový počítač


$(k+1)\cdot n \le w$

$k n \in O(w)$

(DSc …)

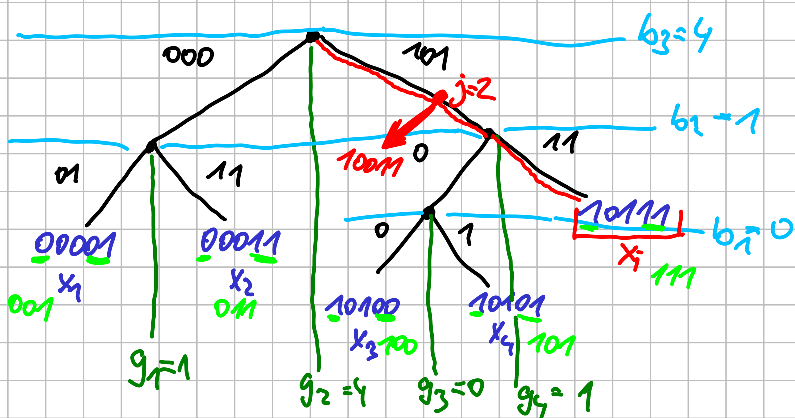
- Read/Write
- Insert/Delete
- Add/Sub
- Sum
- Cmp $z_i = \begin{cases} 0 \\ 1 & \text{pro } x_i < y_i \end{cases}$
- MSB/LSB

čas $O(1)$

## Fusion Trees → Q-haldy ⇝ Min. kostra v $O(m)$ pro celoč. ohodnocení

↑ Fusion Node

$X = \{\underbrace{00001}_{w}, 00011, 10100, 10101, 10111\}$




**Značení:**

$X = \{x_1 < \dots < x_n\}$ prvky ve strukt.

$g_i = MSB(x_i \oplus x_{i+1})$ guides

$B = \{b_1 < \dots < b_r\}$ bity použité v $g_1 \dots g_{n-1}$

$x[B]$ sketch — bity na pozicích $\in B$ "sklepané k sobě"

$S = \{x_1[B] < \dots < x_n[B]\}$

## Fusion Tree

$n \le k \in O(w^{1/5})$

↑ kapacita struktury

$X$ jako pole $x_1 \dots x_n$

$S$ jako vektor $k \cdot k^4 \in O(w)$

$g_1 \dots g_{n-1}$ jako pole

tabulka ranků [hrana + směr]

vše pro výpočet sketchů

**Chceme:** pro daná $y$ spočítat $Rank_X(y)$.

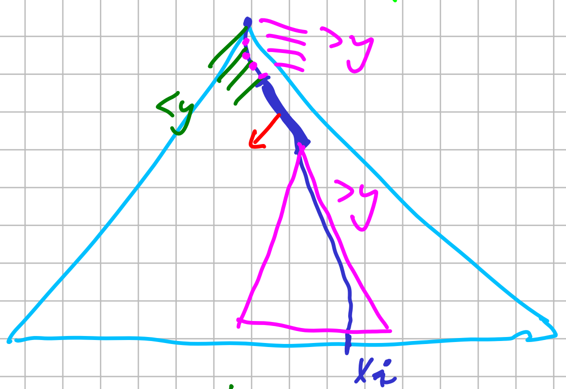
$= \#i : x_i < y$.

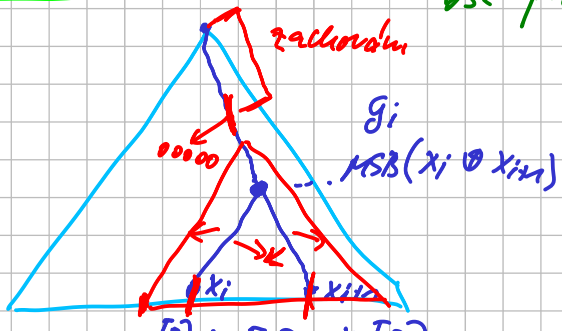
$y = 10011$, $111$

⇓ stačí: $x_i$ nalezené průchodem trie při hledání $y$

$j = MSB(x_i \oplus y)$

zda $x_i < y$: $x_i[j]=0$, $y[j]=1$; $x_i > y$: $y[j]=0$; $x_i = y$: $x_i[j]=1$




Nechť $x_i[B] \le y[B] < x_{i+1}[B]$

$MSB(x_i \oplus y)$

$MSB(x_{i+1} \oplus y)$

**Rank(y):**

$y[B]$

hledám $y[B]$ v množině $S$

$MSB(x_i \oplus y)$

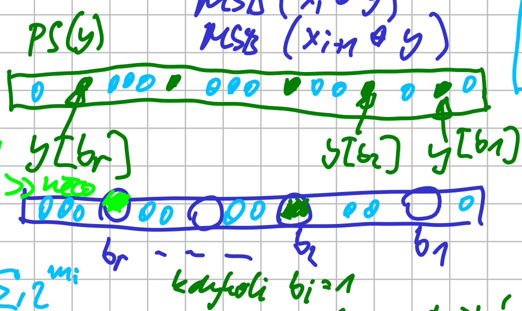
$MSB(x_{i+1} \oplus y)$

$Sum(Cmp_{\le}(S, Replicate(y[B])))$

↑ $\#i : x_i[B] < y[B]$

Jak spočítat sketch?

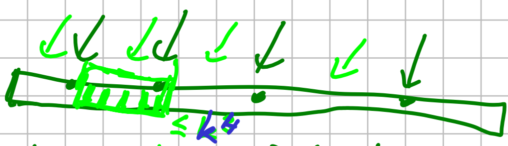
→ pseudo-sketche




$((y \,\&\, C)\cdot M) \,\&\, C' \gg w$

$C = \sum_i 2^{b_i}$, $M = \sum_i 2^{m_i}$

→ 1 na pozicích $b_i + m_j$ pro všechna $j$



# Q-haldy

kapacita $k$

$n \le k^4$

\#prvků

① $k^{cosi} \in O(w)$ $\quad k = \log^{1/cosi} N$ $\quad w \ge \log N$

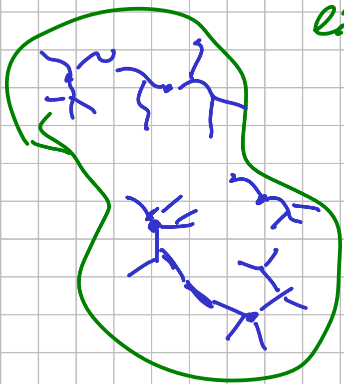
② předvýpočet v čase $O(2^{k^4})$ $\in O(N)$

lib. funkce s parametry o $\le k^3$ bitech spočítatelná v poly čase se dá tabelovat

předvýpočet: $2^{k^3} \cdot poly(k) \in O(2^{k^4})$.

## Aplikace na MST

(G1) Fredman-Tarjanův $\to$ F.-Willardův $O(m)$



limit na velikost haldy $t_i = 2^{\lceil \frac{2m_0}{n_i} \rceil}$

↳ ExtMin v $O(\log t)$

$\underset{\le m_0}{m_i} + n_i \cdot \log t \to \Theta(m_0)$

$t_{i+1} \ge 2^{t_i}$

$t_i \ge \underbrace{2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}_{i}$

$\log \log n$

\#průchodů $\le \log^* n$