

11. Lineární zobrazení, matice vzhledem ke kanonické bázi

Definice lineárního zobrazení

Cv. 11.1 Rozhodněte, zda následující zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ jsou lineární:

- (a) $f(x, y) = (x, y + 3)^T$,
- (b) $f(x, y) = (x + 2y, y)^T$,
- (c) $f(x, y) = (0, 0)^T$,
- (d) $f(x, y) = (x^2, y)^T$.

Cv. 11.2 Rozhodněte, zda následující zobrazení z prostoru $\mathbb{R}^{n \times n}$ jsou lineární:

- (a) $f(A) = A^T$,
- (b) $f(A) = I_n$,
- (c) $f(A) = A^2$,
- (d) $f(A) = a_{11}$,
- (e) $f(A) = \text{RREF}(A)$,

Matice lineárního zobrazení vzhledem ke kanonické bázi

Cv. 11.3 Pro lineární zobrazení $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dané předpisem $f(x, y) = (x + y, x - y)^T$ vypočtěte matici lineárního zobrazení vůči kanonické bázi.

Cv. 11.4 Najděte obraz vektoru $v = (-1, 1, 2)^T$ při lineárním zobrazení $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definovaném:

$$f(1, 0, 0) = (1, 1)^T, \quad f(0, 1, 0) = (-1, 2)^T, \quad f(0, 0, 1) = (0, 0)^T.$$

Cv. 11.5 Najděte matici následujících lineárních zobrazení v rovině \mathbb{R}^2 vzhledem ke kanonické bázi:

- (a) Otočení o 90° proti směru hodinových ručiček.
- (b) Projekce na osu x .
- (c) Otočení o 90° proti směru hodinových ručiček a pak projekce na osu x .
- (d) Projekce na osu x a pak otočení o 90° proti směru hodinových ručiček.