6. Permutace

Cv. 6.1 Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Najděte jejich cykly, znaménka, inverze a složte permutace p, q mezi sebou v obou pořadích.

Cv. 6.2 Mějme permutaci

$$p = (1, 3, 4)(2, 5)(6, 11, 10, 9, 8, 7).$$

Spočítejte permutace p^9 a p^{-14}.

Pro jakou nejmenší mocninu $k \geq 1$ dostaneme $p^k = id$?

Cv. 6.3 Rozložte permutaci $(1, 2, 3, 4, 5)$ na složení transpozic, a to alespoň dvěma různými způsoby. Jaký je nejmenší možný počet transpozic, které k rozkladu potřebujeme?

Cv. 6.4 Dokažte, že každou permutaci $p \in S_n$ lze složit pomocí nanejvýš $n-1$ transpozic.

Obecně, permutace $p \in S_n$ se skládá z k cyklů. Pomocí kolika transpozic se dá složit? Najděte všechny možnosti.

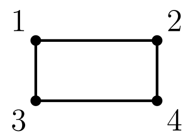
Cv. 6.5 Určete znaménko permutace r zadané tabulkou:

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Cv. 6.6 Najděte všechny permutace splňující $p \in S_{10}$ a $p^2 = (1, 3)(2, 4)(7, 8, 9, 10)$.

Cv. 6.7 Dokažte, že složením permutací dostaneme permutaci.

Cv. 6.8 Najděte všechny symetrie obdélníku, popište je permutacemi a ověřte, že tvoří podgrupu grupy $(S_4, \circ)$.



Cv. 6.9 Najděte všechny symetrie čtverce, popište je permutacemi a ověřte, že tvoří podgrupu grupy $(S_4, \circ)$.