

3. Operace s maticemi

Cv. 3.1 Spočítejte následující výrazy:

- (a) $2A$,
- (b) $A + B$,
- (c) C^T ,
- (d) Cv ,
- (e) BC ,

kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Cv. 3.2 Mějme A, b definované jako

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Ověřte pomocí maticového násobení, zda jsou vektory $x = (0, 1, 2)^T, y = (0, -1, 2)^T$ řešením soustavy $Ax = b$.

Cv. 3.3 Najděte příklad nekomutativnosti násobení čtvercových matic 2×2 .

Cv. 3.4 Dokažte pro $A, B, C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ z definice:

- (a) $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$,
- (b) $A(B + C) = AB + AC$,
- (c) $(A + B)^T = A^T + B^T$.

Cv. 3.5 Dokažte:

- (a) $(ABC)^T = C^T B^T A^T$,
- (b) $A^T A$ je symetrická matice pro každé $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.

Cv. 3.6 Buď A matice řádu 10×5 , B matice řádu 5×20 a C matice řádu 20×1 . Jak co nejefektivněji (co do počtu aritmetických operací) spočítat součin ABC ?

Cv. 3.7 Pro $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ určete následující.

- (a) $A(\alpha e_i)$
- (b) $A(e_i + e_j)$
- (c) $(\alpha e_i)^T A$
- (d) $(e_j + e_i)^T A$

(e) $e_i^T A e_j$

(f) $x^T A y$

Cv. 3.8 Vyjádřete elementární řádkové úpravy pomocí násobení matic.

Cv. 3.9 Co dělají matice elementárních řádkových úprav při násobení matice A zprava?

Cv. 3.10 Spočtěte hodnotu následujících matic.

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix},$

(b) $A = ab^T$, kde $a, b \in \mathbb{R}^n$.