

3. test z Lineární algebry 2

Př. 1 Najděte spektrální rozklad $A = QDQ^T$ symetrické matice

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

(10 bodů)

Př. 2 Na prostoru \mathbb{R}^2 uvažujme skalární součin

$$\langle x, y \rangle = 2x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1 + 2x_2y_2$$

a normu indukovanou tímto skalárním součinem. Nechť $x = (1, 0)^T, y = (0, 1)^T$, v tomto skalárním součinu a indukované normě spočítejte:

(a) $\langle x, y \rangle$,

(b) $\|x\|, \|y\|$,

(c) najděte vektor $v \in \mathbb{R}^2, v \neq 0$, kolmý na x (v daném skalárním součinu).

(15 bodů)

Př. 3 Najděte ortonormální bázi podprostoru \mathbb{R}^3 popsaného rovnicí $x - 2y + z = 0$. Poté nalezenou ortonormální bázi tohoto podprostoru rozšiřte na ortonormální bázi \mathbb{R}^3 .

(15 bodů)

3. test z Lineární algebry 2

Př. 1 Najděte spektrální rozklad $A = QDQ^T$ symetrické matice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

(10 bodů)

Př. 2 Na prostoru \mathbb{R}^2 uvažujme skalární součin

$$\langle x, y \rangle = 3x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2$$

a normu indukovanou tímto skalárním součinem. Nechť $x = (1, 0)^T$, $y = (0, 1)^T$, v tomto skalárním součinu a indukované normě spočítejte:

- (a) $\langle x, y \rangle$,
- (b) $\|x\|$, $\|y\|$,
- (c) najděte vektor $v \in \mathbb{R}^2$, $v \neq 0$, kolmý na x (v daném skalárním součinu).

(15 bodů)

Př. 3 Najděte ortonormální bázi podprostoru \mathbb{R}^3 popsaného rovnicí $x + 2y - z = 0$. Poté nalezenou ortonormální bázi tohoto podprostoru rozšiřte na ortonormální bázi \mathbb{R}^3 .

(15 bodů)