

2. písemná práce z Lineární algebry 2

Př. 1 S využitím diagonalizace odvodte explicitní předpis pro $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}^k$.

(10 bodů)

Př. 2 Určete, které z následujících matic jsou podobné matici A , své rozhodnutí **patříčně zdůvodněte**, pokud

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

(b) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(c) $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(d) $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(e) A^\top .

(20 bodů)

Př. 3 Buď

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 3 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Prozradíme, že $v_1 = (0, 1, 0)^\top$ a $v_2 = (0, 1, 1)^\top$ jsou (některé) vlastní vektory matice A .

(a) Najděte spektrální rozklad matice A .

(b) Najděte spektrální rozklad matice $\text{adj}(A)$.

(10 bodů)

2. písemná práce z Lineární algebry 2

Př. 1 S využitím diagonalizace odvodte explicitní předpis pro $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}^k$.

(10 bodů)

Př. 2 Určete, které z následujících matic jsou podobné matici A , své rozhodnutí **patříčně zdůvodněte**, pokud

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

(a) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

(b) $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(c) $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(d) $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

(e) A^\top .

(20 bodů)

Př. 3 Buď

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 4 & 8 & -6 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Prozradíme, že $v_1 = (0, 1, 0)^\top$ a $v_2 = (0, 1, 1)^\top$ jsou (některé) vlastní vektory matice A .

- (a) Najděte spektrální rozklad matice A .
- (b) Najděte spektrální rozklad matice $\text{adj}(A)$.

(10 bodů)