

10. Ortogonální projekce a ortogonální doplněk

Ortogonální projekce

Cv. 10.1 Uvažujme standardní skalární součin v \mathbb{R}^n a přímku $p = \text{span}\{y\}$.

- (a) Najděte bod x' na přímce p , který je nejbližší bodu $x \in \mathbb{R}^n$.
- (b) Porovnejte velikost projekce x' a vektoru x .
- (c) Najděte projekci vektoru $x = (3, -2, 5)^T$ na přímku se směrnici $y = (2, 1, 1)^T$.

Cv. 10.2 Určete vzdálenost bodu $A = [5, 5, 3, 3]$ od roviny ρ procházející počátkem a body $B = [0, 1, -1, 0]$ a $C = [4, -2, 2, -1]$.

Cv. 10.3 Při standardním skalárním součinu určete vzdálenost $c \in \mathbb{R}^n$ od podprostoru $a^T x = 0$, kde $o \neq a \in \mathbb{R}^n$.

Ortogonální doplněk

Cv. 10.4 Pro vektorový prostor V určete V^\perp , $\{0\}^\perp$, $\{\}^\perp$.

Cv. 10.5 Spočítejte ortogonální doplněk vektoru $u = (1, 0, 0, -2)^T$ do podprostoru $V = \text{span}\{v, w\} = \text{span}\{(1, 2, 4, 0)^T, (0, 1, 2, 1)^T\}$.

Cv. 10.6 Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Najděte $\mathcal{R}(A)$, $\text{Ker}(A)$ a nakreslete je do obrázku.