

## 6. Vlastní čísla – Jordanova normální forma

**Cv. 6.1** Najděte

- (a) matici řádu 3 s jediným vlastním vektorem (libovolným),
- (b) matici řádu 3 s jediným vlastním vektorem  $v = (1, 1, 1)^T$ .

**Cv. 6.2** V kolika Jordanových buňkách matice  $A \in \mathbb{R}^{16 \times 16}$  je vlastní číslo 8, pokud víme, že  $\text{rank}(A - 8I_{16}) = 9$ ?

**Cv. 6.3** Najděte Jordanovu normální formu matic

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Cv. 6.4** Určete, kolik je tříd ekvivalence podobnosti pro:

- (a) matice řádu 4, které mají pouze vlastní číslo 7,
- (b) matice řádu 3 s vlastními čísly 5 a 7.

**Cv. 6.5** Převedte matici  $A$  na Jordanův normální tvar, tedy najděte regulární matici  $R$  a matici  $J$  v Jordanově normální formě tak, aby  $A = RJR^{-1}$ , kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Cv. 6.6** Převedte matici  $A$  na Jordanův normální tvar, tedy najděte regulární matici  $R$  a matici  $J$  v Jordanově normální formě tak, aby  $A = RJR^{-1}$ , kde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$