

2. Determinanty – použití

Aplikace determinantu

Cv. 2.1 Vyřešte následující soustavu rovnic pomocí Cramerova pravidla.

$$(A | b) = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 3 & 7 \\ -1 & 1 & -2 & -6 \\ 3 & -1 & 3 & 10 \end{array} \right).$$

Cv. 2.2 Vyřešte následující soustavu rovnic s parametrem $a \in \mathbb{R}$ pomocí Cramerova pravidla.

$$(A | b) = \left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & 3 \\ 2 & 1 & a \end{array} \right).$$

Cv. 2.3 Pomocí determinantu určete obsah trojúhelníku s vrcholy

(a) $a = (1, 1)^T$, $b = (2, 5)^T$, $c = (3, 2)^T$,

(b) $a = (1, 3, 1)^T$, $b = (3, 3, 3)^T$, $c = (3, 1, 2)^T$.

Cv. 2.4 Určete objem elipsoidu, který vznikne obrazem jednotkové koule při zobrazení $x \mapsto Ax$, kde

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Adjungovaná matice

Cv. 2.5 Spočítejte adjungovanou matici k matici A a ověřte vztah $A \operatorname{adj}(A) = \det(A)I_n$

(a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$,

(b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Cv. 2.6 Vyjádřete $\operatorname{adj}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

Cv. 2.7 Spočítejte adjungovanou matici k následujícím maticím:

(a) I_n ,

(b) $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & d_n \end{pmatrix}$.

Cv. 2.8 Vyjádřete $\det(\operatorname{adj}(A))$ vzorečkem pomocí $\det(A)$.