

9. Lineární nezávislost, báze vektorového prostoru

Lineární závislost a nezávislost

Dcv. 9.1 Diskutujte, kdy je systém jednoho resp. dvou resp. tří vektorů lineárně závislý.

Dcv. 9.2 Rozhodněte, zda vektory $(0, 1, 1, 1)^T$, $(1, 0, 1, 1)^T$, $(1, 1, 0, 1)^T$, $(1, 1, 1, 0)^T$ jsou lineárně závislé v \mathbb{R}^4 resp. v \mathbb{Z}_3^4 .

Dcv. 9.3 Buďte U, V podprostory prostoru W . Dokažte, že $U \cap V = \{o\}$ právě tehdy, když každý vektor $x \in U + V$ se dá jednoznačně zapsat jako $x = u + v$, kde $u \in U$, $v \in V$.

Dcv. 9.4 Určete, zda následující množiny vektorů jsou lineárně nezávislé v prostoru reálných funkcí $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ (nad tělesem \mathbb{R}).

(a) $\{x^2 + 2x + 3, x + 1, x - 1\}$.

(b) $\{\sin x, \cos x\}$.

Báze a souřadnice

Dcv. 9.5 Souřadnice vektoru v vzhledem k bázi $B = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ jsou $[v]_B = (a_1, a_2, a_3, a_4)^T$. Určete souřadnice vektoru v vzhledem k bázi B' , pokud

(a) $B' = \{z_4, z_3, z_2, z_1\}$,

(b) $B' = \{z_1 + z_4, z_2, z_3, z_4\}$,

(c) $B' = \{z_1 + z_4, z_2 + z_3, z_4, z_2\}$.