11. Lineární zobrazení, matice vzhledem ke kanonické bázi

Definice lineárního zobrazení

Cv. 11.1 Rozhodněte, zda následující zobrazení $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ jsou lineární:

(a) $f(x, y) = (x, y + 3)^T$,
(b) $f(x, y) = (x + 2y, y)^T$,
(c) $f(x, y) = (0, 0)^T$,
(d) $f(x, y) = (x^2, y)^T$.

Cv. 11.2 Rozhodněte, zda následující zobrazení z prostoru $\mathbb{R}^{n\times n}$ jsou lineární:

(a) $f(A) = A^T$,
(b) $f(A) = I_n$,
(c) $f(A) = \mathrm{RREF}(A)$,

Matice lineárního zobrazení vzhledem ke kanonické bázi

Cv. 11.3 Pro lineární zobrazení $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dané předpisem $f(x, y) = (x + y,\ x - y)^T$ vypočtěte matici lineárního zobrazení vůči kanonické bázi.

Cv. 11.4 Najděte obraz vektoru $v = (-1, 1, 2)^T$ při lineárním zobrazení $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definovaném:

$$f(1, 0, 0) = (1, 1)^T,\ f(0, 1, 0) = (-1, 2)^T,\ f(0, 0, 1) = (0, 0)^T.$$

Cv. 11.5 Vypočtěte matici F lineárního zobrazení $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, které po řadě zobrazí vektory:

$$\begin{aligned} f((1, -3, 1)^T) &= (-1, 1, 0)^T, \\ f((0, 3, -2)^T) &= (0, 1, -1)^T, \\ f((-1, -2, 2)^T) &= (1, 0, 1^T). \end{aligned}$$