7. Permutace a vektorové prostory

Permutace

Cv. 7.1 Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Najděte jejich cykly, znaménka, inverze a složte permutace p, q mezi sebou v obou pořadích.

Cv. 7.2 Mějme permutaci

$$p = (1,3,4)(2,5)(6,11,10,9,8,7).$$

Spočítejte permutaci p^9.

Pro jakou nejmenší mocninu $k \geq 1$ dostaneme $p^k = id$?

Cv. 7.3 Najděte všechny symetrie obdélníku, popište je permutacemi a ověřte, že tvoří podgrupu grupy $(S_4, \circ)$.

Vektorové prostory

Cv. 7.4 Rozhodněte, zda tvoří vektorový prostor:

(a) $\mathbb{R}^n$ nad $\mathbb{Q}$,

(b) $\mathbb{Q}^n$ nad $\mathbb{R}$,

(c) $\mathbb{R}^n$ nad $\mathbb{R}$ s operacemi $x \oplus y = x + y$, $\alpha \odot x = -\alpha \cdot x$,

(d) $\mathbb{R}^n$ nad $\mathbb{R}$ s operacemi $x \oplus y = x + y$, $\alpha \odot x = -\alpha \cdot x$, $\forall x, y \in \mathbb{R}^n, \alpha \in \mathbb{R}$, kde však tentokrát $\alpha \odot \beta = -\alpha \cdot \beta, \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$.