

## 4. Lineární nezávislost, báze a dimenze vektorového prostoru, maticové prostory

**Př. 1** Zjistěte, zda jsou vektory z  $\mathbb{R}^3$  lineárně nezávislé:

$$(1, 0, 3)^\top, (1, -1, 1)^\top, (0, 2, 1)^\top.$$

(10 bodů)

**Př. 2** Zjistěte, zda  $(2, 0, 3)^\top \in \text{span}\{(1, -1, 1)^\top, (0, 2, 1)^\top\}$ . Pokud ano, určete souřadnice vektoru vzhledem k dané bázi.

(10 bodů)

**Př. 3** Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Nad tělesem  $\mathbb{Z}_5$  rozhodněte, zda platí:

- (a)  $v \in \text{Ker}(A)$ ,
- (b)  $v \in \mathcal{S}(A)$ .

(15 bodů)

**Př. 4** Najděte báze prostorů  $\mathcal{R}(A)$ ,  $\mathcal{S}(A)$  a  $\text{Ker}(A)$  a určete jejich dimenze pro matici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(25 bodů)