3. Permutace a vektorové prostory

Př. 1 Mějme následující permutace p a q:

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 4 & 8 & 5 & 2 & 3 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix},\ q = (1,7,9)(2,3)(4,8,5)(6).$$

Spočítejte:

(a) $p \circ q$,

(b) $p^{-1} \circ q^4$,

(c) pro jakou nejmenší mocninu k dostaneme $p^k = id$?

(30 bodů)

Př. 2 Ověřte, zda množina kladných reálných čísel $\mathbb{R}^+$ nad tělesem $\mathbb{R}$ tvoří vektorový prostor, jestliže operace sčítání vektorů $x, y \in \mathbb{R}^+$ je dána $x \oplus y = x \cdot y$ a operace násobení vektoru $x \in \mathbb{R}^+$ skalárem $\alpha \in \mathbb{R}$ je dána $\alpha \odot x = x^\alpha$.

(20 bodů)

Př. 3 Ověřte, zda tvoří vektorový prostor $\mathbb{R}^n$ nad $\mathbb{Q}$ s operacemi $x \oplus y = x + y$, $\alpha \odot x = \alpha^2 x$, $x, y \in \mathbb{R}^n, \alpha \in \mathbb{Q}$.

(10 bodů)