

1. Soustavy lineárních rovnic, Gaussova a Gaussova–Jordanova eliminace

Př. 1 Vyřešte Gaussovou eliminací soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{aligned}2x_1 + 6x_2 + 5x_3 &= 0, \\3x_1 + 5x_2 + 18x_3 &= 33, \\2x_1 + 4x_2 + 10x_3 &= 16.\end{aligned}$$

Nápověda: Proved'te tyto kroky:

- Napište rozšířenou matici soustavy.
- Aplikujte elementární řádkové úpravy, abyste převedli matici do řádkově odstupňovaného tvaru (REF).
- Nalezněte řešení soustavy pomocí zpětné substituce, existuje-li řešení.

(18 bodů)

Př. 2 Vyřešte Gaussovou–Jordanovou eliminací soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3, \\x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0, \\5x_1 - 9x_2 + 6x_3 &= 2.\end{aligned}$$

Nápověda: Postupujte podobně jako u předešlého příkladu, ale tentokrát převed'te matici soustavy do redukovaného odstupňovaného tvaru (RREF), ve kterém je každý pivot rovný 1 a všechny ostatní prvky ve sloupci s pivotem jsou 0.

(18 bodů)

Př. 3 Pro následující soustavu lineárních rovnic:

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0, \\2x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 &= 0, \\3x_1 + 6x_2 + x_3 + 4x_4 &= 0,\end{aligned}$$

- Nalezněte alespoň jedno řešení. (6 bodů)
- Nalezněte všechna řešení. (18 bodů)