

Matematické dovednosti — výroková logika

1. Doplňte do tabulky pravdivostní hodnoty:

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

2. Které ze spojek $\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ jsou komutativní?

(Operace $*$ je *komutativní*, pokud nezáleží na pořadí vstupů; tedy $A * B = B * A$.)

3. Které ze spojek $\wedge, \vee, \Rightarrow$ jsou asociativní? (Operace $*$ je *asociativní*, pokud nezáleží na uzávkování; tedy $(A * B) * C = A * (B * C)$.)

4. Rozhodněte o pravdivosti následujících výroků pro $N = 9$. Napište jejich negace (pro libovolné N):

- (a) N je prvočíslo a N je liché číslo.
- (b) N je prvočíslo nebo N je liché číslo.
- (c) Jestliže N je prvočíslo, pak N je liché číslo.
- (d) N je prvočíslo právě tehdy, když N je liché číslo.

5. Na základě předchozí úlohy vyjádřete negace následujících formulí bez použití negace před závorkou: $A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B$.

6. Vyjádřete pomocí logických spojek „exkluzivní nebo“ (značené XOR).

7. Najděte formule s odpovídajícími pravdivostními hodnotami:

A	B								
0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1	1	1

A	B								
0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	1	0	1

8. Rozhodněte, které z následujících formulí jsou ekvivalentní.

- (a) $A \Rightarrow B$
- (d) $\neg A \vee B$
- (g) $\neg B \Rightarrow \neg A$
- (b) $B \Rightarrow A$
- (e) $A \Leftrightarrow B$
- (h) $\neg(A \wedge \neg B)$
- (c) $A \wedge B$
- (f) $\neg(B \Rightarrow \neg A)$
- (i) $\neg A \Leftrightarrow \neg B$.

9. Vyjádřete $A \wedge B, A \vee B, A \Leftrightarrow B$ pouze pomocí negace a implikace.

10. Ukažte, že všechny logické spojky lze odvodit pomocí jediné spojky NAND, případně NOR. (NAND je definovaná jako negace AND; NOR jako negace OR.)

11. Negujte následující formule:

- (a) $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- (b) $(A \wedge B) \Rightarrow (C \vee D)$
- (c) $(A \wedge B) \vee (B \Rightarrow C)$
- (d) $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$
- (e) $(A \Rightarrow (B \wedge \neg C)) \wedge (B \Rightarrow (\neg A \wedge C))$
- (f) $(A \vee B) \Rightarrow ((\neg A \Rightarrow \neg C) \vee (\neg B \Rightarrow \neg C))$

12. Negujte následující výroky:

- (a) Je-li středa a není slunečno, jdu si zaplavat do bazénu.
- (b) Jestliže je na ulici mokro, buď přišlo nebo kolem projel kropicí vůz.
- (c) Pokud je pěkné počasí a já nemusím jít do školy, půjdu na výlet nebo se projedu na kole.
- (d) Nebude-li pršet, nezmoknem.
- (e) Nebude-li pršet, nezmoknem, a když zmokneme, tak zase uschneme.
- (f) Kdybych to byl věděl, tak bych sem nechodil.

Zvolte si své oblíbené přísloví ve tvaru výroku a znegujte ho.

13. Proveďte obměnu implikací:

- (a) Jestliže prší, jsou ulice mokré.
- (b) Jestliže je dnes státní svátek, nemusím do školy.
- (c) Pokud chodím na přednášky z MA a na přednášky z LA, potom nejsou přednášky z MA a LA ve stejnou dobu.
- (d) Pokud je x sudé číslo nebo je y sudé číslo, pak je součin $x \cdot y$ sudý.
- (e) Jestliže je $x > 1$, je $x^2 > x$.
- (f) Je-li p prvočíslo, jsou čísla $p^2 - 1$ i $p^2 + 1$ složená.
- (g) Nenačím-li se derivovat, nedostanu zápočet z analýzy.

Zvolte si své oblíbené přísloví ve tvaru implikace a proveďte jeho obměnu.