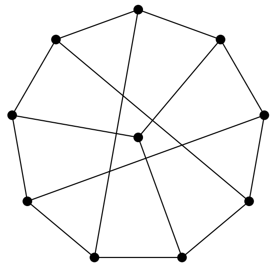
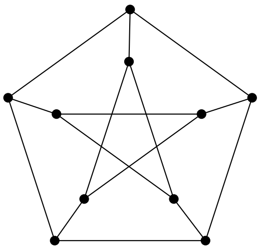
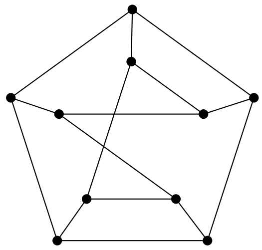
Diskrétní matematika — Cvičení 11

1. Rozhodněte, které z tří grafů na obrázku jsou izomorfní (nalezněte izomorfismus nebo nějakou vlastnost, kterou se liší):

2. Ověřte, že relace "býti izomorfní" je ekvivalence na množině všech grafů na $[n]$.

3. Dokažte, že jsou-li dva grafy izomorfní, pak jsou izomorfní i jejich doplňky.

4. Nakreslete všechny navzájem neizomorfní grafy se 4 vrcholy (tedy jeden graf z každé třídy izomorfismu).

5. Charakterizujte všechny
   a) 1-regulární grafy,
   b) 2-regulární grafy.

6. *Automorfismus* grafu G je izomorfismus G s G. Kolik automorfismů mají grafy
   a) K_n, pro $n \geq 1$,
   b) P_n, pro $n \geq 2$,
   c) C_n, pro $n \geq 3$?

7. Pro nějaké $n \geq 2$ najděte graf G na $[n]$, jehož jediným automorfismem je identita. (Jinými slovy, třída izomorfismu grafů na $[n]$ obsahující G má $n!$ prvků.)

8. Najděte ještě nějaké další grafy kromě C_5, které jsou izomorfní svému doplňku.

9. O grafech G a H víme, že existuje bijekce $f\colon V(G) \to V(H)$ taková, že pro každé dva vrcholy $u, v \in V(G)$ platí $uv \in E(G) \Rightarrow f(u)f(v) \in E(H)$. Jsou pak nutně G a H izomorfní?