Diskrétní matematika — Cvičení 4

1. Ukažte, že zobrazení $f : X \to X$ na konečné množině X je prosté právě tehdy, když je na. Platí totéž i v případě $X = \mathbb{N}$?

2. Nechť h je zobrazení vzniklé složením dvou zobrazení prostých, na, bijekcí, či jejich kombinací. Je nutně h prosté, na, nebo bijekce?

3. Rozhodněte, zda následující relace R, S na $\mathbb{R}^2$ jsou ekvivalence a pokud ano, určete jejich třídy ekvivalence:

   a) $(x_1, y_1)R(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2 \vee y_1 = y_2$,

   b) $(x_1, y_1)S(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1 + y_1 = x_2 + y_2$.

4. Rozhodněte, zda následující relace R, S na $\mathbb{N}^2$ jsou částečná uspořádání. Pokud ano, rozhodněte dále, zda jsou lineární, načrtněte jejich Hasseův diagram, a určete jejich nejmenší, největší, minimální a maximální prvky.

   a) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a < b \vee (a = b \wedge b \leq d)$,

   b) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a \leq c \wedge b \geq d$.

5. Určete počet

   a) všech,

   b) reflexivních,

   c) symetrických,

   d) antisymetrických

   relací na množině $\{1, 2, 3, 4\}$.

6. Kolik je na množině $\{1, 2, 3, 4\}$ ekvivalencí?