Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

5. série — Mnohostěny, arrangementy a Voroného diagramy

odevzdat do 5. 1. 2017

1. Spočítejte přesný počet stěn dimenzí 1, 2 a 3 pro cyklický mnohostěn dimenze 4 s n vrcholy. **[2]**

2. Spočtěte počet stěn dimenzí 1 a 2 arrangementu n rovin v obecné poloze v $\mathbb{R}^3$. **[2]**

3. (a) Kolik je buněk v arrangementu $\binom{d}{2}$ nadrovin v $\mathbb{R}^d$, které odpovídají rovnicím $x_i = x_j$, kde $1 \leq i < j \leq d$? **[3]**

   (b) Kolik je buněk v arrangementu nadrovin v $\mathbb{R}^d$, které odpovídají rovnicím $x_i + x_j = 0$ a $x_i = x_j$, kde $1 \leq i < j \leq d$? **[2]**

4. Ukažte, že pro $n \geq 2$ má Voroného diagram $2n$-bodové množiny $A_{2n} := \{(i,0,0) : i = 1,2,\ldots,n\} \cup \{(0,n,j) : j = 1,2,\ldots,n\}$ v $\mathbb{R}^3$ alespoň cn^2 vrcholů, kde c je nějaká kladná konstanta. **[2]**

5. Nechť P je konečná množina bodů v rovině, z nichž žádné 3 neleží na společné přímce a žádné 4 na společné kružnici. Definujme na P graf DT (zvaný *Delaunayova triangulace*): dva body a, b jsou spojeny hranou, právě když existuje kruh mající a i b na hranici a žádný bod z P uvnitř.

   Dokažte, že DT je rovinné nakreslení souvislého grafu, jehož každá vnitřní stěna je trojúhelník. **[3]**

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`