

## Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

### 7. série (bonusová) - Arrangementy

nápověda pro zájemce 28.1.2014, odevzdat do 16.2.2014

1. Spočítejte počet stěn dimenzí 1 a 2 arrangementu  $n$  rovin v obecné poloze v  $\mathbb{R}^3$ . [2]
2. Dokažte, že v arrangementu  $d$  nadrovin v  $\mathbb{R}^d$  není žádná omezená buňka. [2]
3. (a) Kolik je  $d$ -dimenzionálních buněk v arrangementu  $\binom{d}{2}$  nadrovin v  $\mathbb{R}$ , které odpovídají rovnicím  $x_i = x_j$ , kde  $1 \leq i < j \leq d$ ? [3]  
(b) Na kolik  $d$ -dimenzionálních buněk rozdělí prostor  $\mathbb{R}^d$  nadroviny určené rovnicemi  $x_i + x_j = 0$  a  $x_i = x_j$  pro všechna  $1 \leq i < j \leq d$ ? [2]
4. Necht'  $P = \{p_1, p_2 \dots p_n\}$  je množina bodů v rovině. Řekneme, že body  $x$  a  $y$  mají *stejný výhled* na  $P$ , jestliže jsou z nich body  $P$  vidět ve stejném cyklickém pořadí (tj. jestliže otáčíme polopřímku s počátkem v bodě  $x$  resp.  $y$  po směru hodinových ručiček, tato přímka nachází body  $P$  ve stejném pořadí). Předpokládejme, že ani jeden z bodů  $x$  a  $y$  nepatří do  $P$  a neprochází jimi žádná přímka určená dvěma body z  $P$ . Ukažte, že maximální počet různých "výhledů" je  $O(n^4)$ . [2]
5. Necht'  $\mathcal{C}$  je množina všech buněk (stěn maximální dimenze) arrangementu množiny  $n$  přímků v rovině. Dokažte, že  $\sum_{C \in \mathcal{C}} f_0(C)^2 = O(n^2)$  ( $f_0(C)$  je počet vrcholů buňky  $C$ ). [3]