Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

1. série - Konvexní množiny

nápověda 24.10.2011, odevzdat do 31.10.2011

1. a) Najděte příklad množiny $M \subset \mathbb{R}^2$, která je uzavřená, ale jejíž konvexní obal uzavřený není. [1]

   b) Dokažte, že konvexní obal každé omezené uzavřené množiny $M \subset \mathbb{R}^2$ je uzavřený. [2]

2. Najděte příklad množiny $M \subset \mathbb{R}^2$, která je sjednocením dvou konvexních množin a jejíž doplněk se skládá z 5 navzájem oddělených oblastí (komponent souvislosti). [2]

3. Dokažte Carathéodoryho větu (můžete použít Radonovu větu). [3]

4. Množina bodů P *prošpendluje trojúhelníky* množiny bodů M, pokud každý trojúhelník určený trojicí bodů z M obsahuje ve svém vnitřku alespoň jeden bod z P.

   (a) Dokažte, že pro každé $n \geq 3$ a pro každou n-bodovou $M \subset \mathbb{R}^2$ v obecné poloze lze najít P s $2n-5$ body prošpendlující trojúhelníky M. [3]

   (b) Pro každé $n \geq 3$ najděte n-bodovou $M \subset \mathbb{R}^2$ v obecné poloze takovou, že žádná P s $2n-6$ body neprošpendluje její trojúhelníky. [2]

5. Mějme M konečnou množinu alespoň čtyř bodů v rovině, z nichž některé jsou červené a zbylé jsou modré. Platí, že pro každou čtveřici V bodů z M existuje přímka, která ostře odděluje červené body z V od modrých bodů z V. Dokažte, že potom lze přímkou ostře oddělit všechny červené body z M od všech modrých bodů z M. [3]

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`