Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

1. série - Konvexita

nápověda 22.10.2010, odevzdat do 5.11.2010

1. Najděte příklad množiny $M \subset \mathbb{R}^2$, která je uzavřená, ale jejíž konvexní obal uzavřený není. [1]

2. Najděte příklad množiny $M \subset \mathbb{R}^2$, která je sjednocením dvou konvexních množin a jejíž doplněk se skládá z 5 navzájem oddělených oblastí. [2]

3. Mějme $M \subseteq \mathbb{R}^d$, $M \neq \emptyset$ splňující $\forall x, y \in M, \lambda \in \mathbb{R} : \lambda x + (1-\lambda)y \in M$. Dokažte, že M je afinní podprostor, tj že je to vektorový podprostor posunutý o vektor. [2]

4. Dokažte Carathéodoryho větu (můžete použít Radonovu větu). [3]

5. Množina bodů P *propšpendluje trojúhelníky* množiny bodů M, pokud každý trojúhelník určený trojicí bodů z M obsahuje ve svém vnitřku alespoň jeden bod z P.

   (a) Dokažte, že pro každou n-bodovou $M \subset \mathbb{R}^2$ v obecné poloze lze najít P s $2n-5$ body propšpendlující trojúhelníky M. [3]

   (b) Pro každé $n \geq 3$ najděte n-bodovou $M \subset \mathbb{R}^2$ v obecné poloze takovou, že žádná P s $2n-6$ body nepropšpendluje její trojúhelníky. [2]

6. Mějme M konečnou množinu alespoň čtyř bodů v rovině, z nichž některé jsou červené a zbylé jsou modré. Platí, že pro každou čtveřici V bodů z M existuje přímka, která odděluje červené body z V od modrých bodů z V. Dokažte, že potom lze přímkou oddělit všechny červené body z M od všech modrých bodů z M. [3]

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`