Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

6. série - Voroného diagramy a věta o zóně

nápověda 21.12.2009 (e-mailem)[1], odevzdat do 4.1.2010

1. Dokažte, že region $reg(p)$ bodu p ve Voroného diagramu konečné množiny bodů $P \subset \mathbb{R}^d$ je neomezený právě tehdy, když p leží na hranici $\text{conv}(P)$.[2]

2. Ukažte, že Voroného diagram n-bodové množiny v $\mathbb{R}^3$ může mít až cn^2 vrcholů, kde c je nějaká kladná konstanta. [4]

3. Nechť P je konečná množina bodů v rovině, z nichž žádné 3 neleží na společné přímce a žádné 4 na společné kružnici. Definujme na P graf DT (zvaný *Delaunayova triangulace*): 2 body a, b jsou spojeny hranou, právě když existuje kruh mající a i b na hranici a žádný bod z P uvnitř.

   (a) Dokažte, že DT je pseudotriangulace – rovinný graf, jehož každá stěna kromě vnější je trojúhelník. [3]

   (b) Dokažte, že DT je duální graf ke grafu Voroného diagramu množiny P. [3]

   (c) Nechť T je minimální kostra v úplném grafu na P, kde váhy hran jsou vzdálenosti bodů. Dokažte, že $T \subseteq DT$. [3]

4. Nechť $\mathcal{C}$ je množina všech buněk (stěn maximální dimenze) arrangementu množiny n přímek v rovině. Dokažte, že $\sum_{C \in \mathcal{C}} f_0(C)^2 = O(n^2)$ ($f_0(C)$ je počet vrcholů buňky C). [3]

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`

[1] Pokud během 21.12. neobdržíte nápovědu a budete mít o ni zájem, kontaktujte některého z cvičících.