

Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie II

2. série

náповěda 7.4.2009, termín odevzdání 14.4.2009

Řezání, skládání a dláždění

1. Dokažte, že každý (i nekonvexní) n -úhelník lze rozřezat na $n - 2$ trojúhelníků. [3]
2. (a) Dokažte, že každý trojúhelník jednotkového obsahu lze rozřezat na konečně mnoho částí, z nichž jde poskládat jednotkový čtverec. [2]
(b) Rozřešte rovnostranný trojúhelník o jednotkovém obsahu na čtyři souvislé části a složte z nich jednotkový čtverec. [2]
3. Mnohoúhelníky M, N nazveme *translačně ekvivalentní*, pokud M lze rozřezat na konečně mnoho částí, z nichž lze pouhým posouváním složit N .
 - (a) Pomocí vhodného invariantu dokažte, že žádný trojúhelník není translačně ekvivalentní s žádným čtvercem. [2]
 - (b) Charakterizujte všechny konvexní mnohoúhelníky, které jsou translačně ekvivalentní nějakému čtverci. [3]
4. Nechtě P, Q jsou mnohostěny v \mathbb{R}^3 takové, že Q je zrcadlový obraz P . Ukažte, že P lze rozřezat na konečně mnoho částí, z nichž jde složit Q . (Např. můžete rozřezat P na zrcadlově symetrické části). [4]
5. Obdélník O je vydlážděn obdélníky O_1, O_2, \dots, O_n . Každý z obdélníků O_i má aspoň jeden rozměr celočíselný. Dokažte, že i obdélník O má aspoň jeden rozměr celočíselný. [4]