

Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

1. série - Oddělovací a Carathéodoryho věta

náповěda 20.10.2008, odevzdat do 27.10.2008

1. Pro $M \subseteq \mathbb{R}^d$ dokažte: Pokud $\forall x, y \in M, \lambda \in \mathbb{R} : \lambda x + (1 - \lambda)y \in M$, pak M je afinní podprostor. [2]
2. Dokažte větu o oddělování nadrovinou pro kompaktní konvexní množiny v rovině (se všemi podrobnostmi, náznak důkazu je ve skriptech):
Nechť C a D jsou dvě disjunktní kompaktní konvexní podmnožiny roviny. Dokažte, že existuje přímka p , která je ostře odděluje, tedy že C a D leží v opačných otevřených polorovinách určených p . [2]
3. Dokažte Carathéodoryho větu (můžete použít Radonovu větu). [3]
4. Pás šířky w je uzavřená část roviny ohraničená dvěma rovnoběžnými přímkami ve vzdálenosti w . Šířka množiny $X \subseteq \mathbb{R}^2$ je nejmenší šířka pásu obsahujícího X . Dokažte, že kompaktní konvexní množina šířky 1 obsahuje úsečku jednotkové délky v každém směru. [3]
5. Mějme M konečnou množinu bodů v rovině, z nichž některé jsou červené a zbylé jsou modré. Platí, že pro každou čtveřici V bodů z M existuje přímka, která odděluje červené body z V od modrých bodů z V . Dokažte, že potom lze přímkou oddělit všechny červené body z M od všech modrých bodů z M . [3]