Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

6. serie - Arrangementy

nápověda 20.12.2006, odevzdat do 3.1.2007

1. Spočtěte počet stěn dimenzí 1 a 2 arrangementu n rovin v obecné poloze v $\mathbf{R}^3$. **[2]**
2. Dokažte, že počet *neomezených* buněk v arrangmentu n nadrovin v $\mathbf{R}^d$ je $O(n^{d-1})$, pro d pevné. **[2]**
3. Kolik je d-dimenzionálních buněk v arrangementu $\binom{d}{2}$ nadrovin v $\mathbf{R}^d$, které odpovídají rovnicím $\{x_i = x_j\}$, kde $1 \leq i < j \leq d$? **[3]**
4. Nechť $\mathcal{C}$ je množina všech buněk (stěn maximální dimenze) arrangementu množiny n přímek v rovině. Dokažte, že $\sum_{C \in \mathcal{C}} f_0(C)^2 = O(n^2)$ ($f_0(C)$ je počet vrcholů buňky C). **[3]**
5. (Průnikové grafy) Nechť S je množina n úseček v rovině. Průnikový graf S je graf na n vrcholech, které odpovídají úsečkám a dva vrcholy jsou spojené hranou právě tehdy, když jim odpovídající úsečky mají neprázdný průnik. Dokažte, že většina grafů není průnikovým grafem úseček. Všech grafů na n vrcholech je $2^{\binom{n}{2}} = 2^{n^2/2+O(n)}$. Průnikových grafů úseček je jenom $2^{O(n \log n)}$ (pozor na kolineární úsečky!). Použijte větu o počtu znaménkových kombinací. **[3]**

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`