

# Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

## 4. série - Konvexní polytopy

nápověda 15.11.2006, odevzdat do 22.11.2006

1. Dokažte, že stěna stěny mnohostěnu  $P$  je stěna mnohostěnu  $P$ . [1]
2. Dokažte, že průnik dvou stěn mnohostěnu  $P$  je stěna mnohostěnu  $P$ . [2]
3. Dokažte:
  - (a) Je-li  $P$  polytop s množinou vrcholů  $V$ ,  $S$  je stěna  $P$  s množinou vrcholů  $V_S$ , pak  $V_S = S \cap V$ . [2]
  - (b) Každý polytop je konvexním obalem množiny svých vrcholů. [2]
  - (c) Každá nejvýše  $(d-1)$ -dimenzionální stěna  $d$ -dimenzionálního polytopu  $P$  je průnikem všech faset  $P$ , ve kterých je obsažena. [2]
4. Ukažte, že jakýkoliv zároveň simplicialní a jednoduchý mnohostěn je simplex nebo  $n$ -úhelník. [3]
5. Popište stěny  $(n-1)$ -dimenzionálního permutaedru kombinatoricky. Jaké množiny permutací tvoří množiny vrcholů stěn? Připomeňme, že  $(n-1)$ -dimenzionální permutaedr je definován jako konvexní obal  $n!$  vektorů, získaných zpermutováním souřadnic vektoru  $(1, 2, 3, \dots, n)$  v  $\mathbf{R}^n$ . [4]
6. Ukažte, že graf každého  $d$ -dimenzionálního konvexního mnohostěnu je  $d$ -souvislý. [5]