Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

6. série - Voroného diagramy

nápověda 22.12.2005, odevzdat do 5.1.2006

1. Dokažte, že region $reg(p)$ bodu p ve Voroného diagramu konečné množiny bodů $P \subset \mathbf{R}^d$ je neomezený právě tehdy, když p leží na hranici $\operatorname{conv}(P)$. **[2]**

2. Ukažte, že Voroného diagram n-bodové množiny v $\mathbf{R}^3$ může mít až cn^2 vrcholů, kde c je nějaká kladná konstanta. **[4]**

3. Uvažte konečnou množinu disjunktních úseček v rovině. Jaké křivky mohou ohraničovat regiony v jejich Voroného diagramu? Region dané úsečky je množina bodů, pro které je tato úsečka nejbližší. **[2]**

4. Nechť P je konečná množina bodů v rovině, z nichž žádné 3 neleží na společné přímce a žádné 4 na společné kružnici. Definujme na P graf DT (zvaný *Delaunayova triangulace*): 2 body a, b jsou spojeny hranou, právě když existuje kruh mající a i b na hranici a žádný bod z P uvnitř.

   (a) Dokažte, že DT je pseudotriangulace – rovinný graf, jehož každá stěna kromě vnější je trojúhelník. **[3]**

   (b) Nalezněte souvislost mezi DT a Voroného diagramem množiny P. **[3]**

   (c) Nechť T je minimální kostra v úplném grafu na P, kde váhy hran jsou vzdálenosti bodů. Dokažte, že $T \subseteq DT$. **[3]**

   (d) Dokažte, že DT maximalizuje velikost minimálního vnitřního úhlu ve stěnách pseudotriangulace na množině P. **[2]**
