

Příklady z Kombinatorické a výpočetní geometrie

5. série - Konvexní polytopy

nápověda 8.12.2005, odevzdat do 15.12.2005

1. Dokažte, že stěna stěny mnohostěnu P je stěna mnohostěnu P . [1]
2. Dokažte, že průnik dvou stěn mnohostěnu P je stěna mnohostěnu P . [2]
3. Dokažte:
 - (a) Je-li P polytop s množinou vrcholů V , S je stěna P s množinou vrcholů V_S , pak $V_S = S \cap V$. [2]
 - (b) Každý polytop je konvexním obalem množiny svých vrcholů. [2]
 - (c) Každá nejvýše $(d-1)$ -dimenzionální stěna d -dimenzionálního polytopu P je průnikem všech faset P , ve kterých je obsažena. [2]
4. Ukažte, že jakýkoliv zároveň simplicialní a jednoduchý mnohostěn je simplex nebo n -úhelník. [3]
5. Popište stěny $(n-1)$ -dimenzionálního permutaedru kombinatoricky. Jaké množiny permutací tvoří množiny vrcholů stěn? Připomeňme, že $(n-1)$ -dimenzionální permutaedr je definován jako konvexní obal $n!$ vektorů, získaných zpermutováním souřadnic vektoru $(1, 2, 3, \dots, n)$ v \mathbf{R}^n . [4]
6. Ukažte, že graf každého d -dimenzionálního konvexního mnohostěnu je d -souvislý. [5]