Příklady z Kombinatorické a Výpočetní Geometrie

2. serie

nápověda 20.10.2005, odevzdat do 27.10.2005

1. Dokažte Carathéodoryho větu (můžete použít Radonovu větu). [3]

2. Nechť $x_0, \dots, x_n \in \mathbb{R}^d$. Dokažte, že následující tvrzení jsou ekvivalentní.

   (a) $x_0, \dots, x_n$ jsou afinně nezávislé.

   (b) $x_1 - x_0, \dots, x_n - x_0$ jsou lineárně nezávislé.

   (c) $\dim \operatorname{span}\{x_0, x_1, \dots, x_n\} = n$.

   (d) $\binom{x_0}{1}, \binom{x_1}{1}, \dots, \binom{x_n}{1} \in \mathbb{R}^{d+1}$ jsou lineárně nezávislé.

   (e) $\lambda_0, \dots, \lambda_n \in \mathbb{R}$.
   Pokud $\lambda_0 x_0 + \lambda_1 x_1 + \cdots + \lambda_n x_n = 0$ a $\lambda_0 + \cdots + \lambda_n = 0$, potom $\lambda_0 = \cdots = \lambda_n = 0$.

   [5]

3. Pro $M \subseteq \mathbb{R}^d$ dokažte: Pokud $\forall x, y \in M, \lambda \in \mathbb{R} : \lambda x + (1 - \lambda) y \in M$, pak M je afinní podprostor. [2]

Informace o cvičení naleznete na `http://kam.mff.cuni.cz/kvg`