

Příklady z Kombinatorické a Výpočetní Geometrie

1. serie

nápověda 20.10.2005, odevzdat do 27.10.2005

1. Pás šířky w je uzavřená část roviny ohraničená dvěma rovnoběžnými přímkami ve vzdálenosti w . Šířka množiny $X \subseteq \mathbb{R}^2$ je nejmenší šířka pásu obsahujícího X . Dokažte, že platí:
 - (a) Kompaktní konvexní množina šířky 1 obsahuje úsečku jednotkové délky v každém směru. [3]
 - (b) Nechť každá trojice ze souboru C_1, C_2, \dots, C_n uzavřených konvexních množin má průnik šířky alespoň 1, pak průnik všech má šířku alespoň 1. [2]
2. Konečná množina bodů A v \mathbb{R}^d je v obecné poloze, pokud každých $d + 1$ bodů je afině nezávislých. V situaci jako v Radonově větě (A je $d + 2$ bodová množina v \mathbb{R}^d) nazvěme bod $x \in \mathbb{R}^d$ Radonovým bodem, pokud leží v průniku konvexních obalů dvou disjunktních podmnožin množiny A . Dokažte, že pokud A je v obecné poloze, pak existuje právě jeden Radonův bod. [3]
3. Mějme soubor konvexních množin v rovině C_1, \dots, C_n . Ukažte, že pokud průnik každé čtveřice z C_1, \dots, C_n obsahuje polopřímku, potom také průnik všech C_1, \dots, C_n obsahuje polopřímku. [4]

Nebodované příklady - na rozmyšlenou do tramvaje:

1. Jak mohou vypadat průniky dvou (2-dimenzionálních) rovin v \mathbb{R}^4 ? Jak vypadá typický případ? Jak to vyjde s nadrovinami v \mathbb{R}^4 ?
2. Objekty v \mathbb{R}^4 si můžeme představovat jako třídimenzionální objekty v \mathbb{R}^3 pohybující se v čase (čas zde zastupuje čtvrtý rozměr). Pokuste se si takto představit průniky dvou rovin v \mathbb{R}^4 , jak bylo zadáno v předchozím příkladě.

Informace o cvičení naleznete na <http://kam.mff.cuni.cz/kvg>