12. cvičení z ADS2 11. 1. 2024

Příklad 1.

Popište polynomiální algoritmus pro hledání nejmenšího vrcholového pokrytí *stromu*.

Příklad 2.

Uvažme MaxCut: Mějme graf, jehož vrcholy chceme rozdělit do dvou množin tak, aby mezi nimi vedlo co nejvíce hran. Rozhodovací verze tohoto problému je NP-úplná, optimalizační verzi zkuste 2-aproximovat v polynomiálním čase.

Příklad 3.

Pokusíme se řešit problém dvou loupežníků hladovým algoritmem. Probíráme předměty od nejdražšího k nejlevnějšímu a každý dáme tomu loupežníkovi, který má zrovna méně. Je nalezené řešení optimální?

Příklad 4.

Ukažte, jak v polynomiálním čase najít největší nezávislou množinu v *intervalovém grafu*.

Příklad 5.

Hledejme vrcholové pokrytí *hladově*: V každém kroku vybereme vrchol nejvyššího stupně, přidáme jej do pokrytí a odstraníme jej z grafu i se všemi již pokrytými hranami. Je nalezené pokrytí nejmenší? Nebo alespoň $\mathcal{O}(1)$-aproximace nejmenšího?

Příklad 6.

Ukažte, že 0/1 lineární rovnice je NP-úplný problém.

Nápověda: Převeďte 3D-párování.

Příklad 7.

Chceme *balit krabice*: Máme n předmětů o výškách $p_1, \ldots, p_n$ a libovolně mnoho krabic o výšce h. Chceme jich využít co nejméně tak, aby se všechny předměty vešly do krabic.

To se rozhodneme vyřešit jednoduchým algoritmem: Bereme předměty jeden po druhým a vždy se aktuální předmět pokusíme vložit do první krabice, kam se vejde, případně přidáme další krabici.

Ukažte, že tento algoritmus je 2-aproximační.

Nápověda: Uvažte, kolik krabic bude zaplněných $< h/2$.