5. CVIČENÍ Z ADS1 14. 3. 2023

Příklad 1.

V hradu jsou čtyři typy různých dveří a čtyři typy různých klíčů. Dveřmi daného typu lze procházet až po sebrání příslušného klíče. Nalezněte nejkratší cestu mezi dvěma body v tomto hradu.

Příklad 2.

Uvažme Dijkstrův algoritmus s k-regulární haldou. Jak máme zvolit k, abychom dostali co nejlepší časovou složitost, pokud máme graf o n vrcholech a m hranách?

Příklad 3.

Mějme bludiště na čtvercové síti, ve kterém se nacházejí dva roboti. Chceme je oba dostat z bludiště ven. Robot přijímá instrukce, kterým směrem se o jedno políčko posune. Pokud v daném směru je zeď, zůstane na místě.

Bohužel oba roboti poslouchají na stejném kanále, takže když pošleme instrukci, provedou ji oba najednou. Najděte nejkratší posloupnost instrukcí, která roboty dostane ven z bludiště.

Příklad 4.

Najděte (orientovaný ohodnocený) graf s právě jednou zápornou hranou a bez záporného cyklu, na na němž Dijkstrův algoritmus selže. Selháním myslíme, že vrátí nesprávný výsledek nebo otevře vrchol vícekrát, v závislosti na implementaci.

Příklad 5.

Mějme implementaci Dijkstrova algoritmu, který znovu otevírá i uzavřené vrcholy, pokud do nich našel kratší cestu. Najděte graf G s celočíselnými délkami hran, které jsou omezené polynomem k velikosti grafu, takový, že na něm takto implementovaný Dijkstra udělá exponenciální počet kroků.

Příklad 6.

Hrajeme Dolující a Vyráběcí hru, jejíž svět je (pro jednoduchost 2D) mapa n bloků. Dostali jsme se do složitého jeskynního komplexu, kde můžeme najít buďto vzduch nebo kámen. Přes kámen se můžeme dostat pomocí krumpáče, který má ale omezenou životnost – vydrží k použití.

Naštěstí máme celou mapu k dispozici. Rádi bychom proto dopředu našli cestu z naší aktuální pozice ven z jeskyň tak, abychom přitom použili krumpáč co nejméně. Může se taky stát, že se ven nedostaneme, protože se krumpáč rozbije. Dostaneme se ven? Kudy máme jít, abychom se dostali ven?

Příklad 7.

Uvažme ohodnocený graf G, kde každá hrana je ohodnocená přirozeným číslem mezi 1 a k. Navrhněte druh datové struktury, se kterou poběží na tomto grafu Dijkstrův algoritmus v čase $\mathcal{O}(nk + m)$.