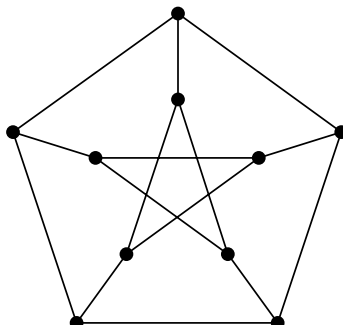


Úkol 1.

(2 body)

Stanovte barevnost Petersenova grafu:

**Úkol 2.**

(2 body)

Dokažte větu o 4 barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.

Úkol 3.

(1 + 1 + 2 body)

Na Vánoce jsme si koupili soupravu vláčků. Tyto vláčky se spojují pomocí magnetů – mašinka má vzadu magnet, který je otočen ven buď severním nebo jižním pólem. Vagonky mají podobný magnet na každém svém konci.

Máme-li v krabici jednu mašinku a n vagonků, jaká je pravděpodobnost, že nám půjdou pospojovat (tedy ve vlaku vždy navazuje severní pól na jižní), pokud v továrně přiřazují polarizace magnetů rovnoměrně nezávisle náhodně, jestliže:

- máme určené pořadí i orientaci jednotlivých vagonků,
- máme určené pořadí vagonků,
- můžeme vagonky libovolně přeskládat i pootáčet?

Tuto podúlohu můžete vyřešit za poloviční počet bodů pro $n = 3$.

Úkol 4.

(2 body)

Vyberme náhodně permutaci na $[n]$. Jaká je pravděpodobnost, že 1 a 2 leží na společném cyklu?