

1. DOMÁCÍ ÚKOL Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY Termín: 18. 10. 2021

Úkol 1. (1 bod)

Mějme tabulku čokolády velikosti $m \times n$ dílků. Kolik nejvíce budeme muset udělat rozdělení části čokolády, než se dostaneme k jednotlivým dílkům? Kolik nejméně? Vždy můžeme rozdělit jen jeden souvislý díl, a to po celé jeho délce vodorovně nebo svisle.

Pokud chcete dokázat, že kousků čokolády nejde udělat méně, musíte to ukázat pro každý možný způsob. Ukázat to pro jeden konkrétní způsob nestačí.

Úkol 2. (1 bod)

Dokažte pro $n \geq 2$:

$$\prod_{i=2}^n \frac{i-1}{i} = \frac{1}{n}$$

Úkol 3. (2 body)

Dokažte, že máte-li k dispozici mince o hodnotě 2 a 5 korun, dokážete jimi zaplatit libovolnou částku k korun pro $k > 3$.

Úkol 4. (2 body)

Dokažte pro $n > 0$:

$$\sum_{i=1}^n F_i = F_{n+2} - 1$$

Úkol 5. (3 body)

Dokažte, že pro každé $n > 0$ lze tabulku o $2^n \times 2^n$ políčkách, ve které jedno políčko chybí, vydláždit kostkami tvaru písmene **L**.